

## Olimpiada Matemàtica Catalana

Miquel Ortega  
Secretari del tribunal de l'OMC

L'Olimpiada Matemàtica és un concurs de caràcter internacional adreçat a alumnes de secundària i batxillerat, on es competeix resolent problemes de dificultat diversa. Per als joves catalans, aquest concurs comença amb l'Olimpiada Matemàtica Catalana (OMC), que se celebra anualment a Catalunya des de l'any 1963, normalment a mitjans de desembre. Consta de dues proves escrites, d'aproximadament 3 hores i mitja cadascuna, amb tres problemes per resoldre a cada prova.



Imatge de la realització de l'OMC, desembre 2023

Els nou alumnes catalans amb millor puntuació poden accedir a l'Olimpiada Matemàtica Espanyola (OME), i d'aquesta, els sis alumnes amb millor puntuació participen en l'Olimpiada Matemàtica Internacional (IMO), que se celebra a mitjans de juliol i consisteix en la resolució de 6 problemes, proposats en dues proves de 4 hores i mitja de durada cadascuna.

Es pot trobar informació més detallada a la pàgina de l'Olimpiada Matemàtica Catalana, en el web de la SCM. En particular, hi trobareu el calendari de les sessions de preparació que s'ofereixen des de la majoria d'universitats catalanes.

Aquest curs 2023-24, la 60a OMC es va celebrar a les províncies de Barcelona, Lleida i Tarragona, de forma presencial, durant els dies 15 i 16 de desembre, organitzada per la Comissió d'Olimpiades de la SCM. El tribunal

ha estat format per Xavier Ros Oton, com a president, juntament amb Anna de Mier i jo mateix, Miquel Ortega, com a secretari.

### Problemes proposats a la 60a OMC

1. Un quadrat es divideix en  $2023^2$  quadrats més petits, obtenint un tauler  $2023 \times 2023$ . Per cada  $k \leq 2023$ , considerem la suma de les àrees de tots els quadrats  $k \times k$  (no necessàriament disjunts) que es poden trobar al tauler. Per quin valor de  $k$  aquesta suma és màxima?

2. El nombre 1 està escrit a la pissarra. L'Aina i la Bruna juguen a un joc alternadament i comença l'Aina. A cada torn, la jugadora corresponent té dues opcions: o bé multiplicar el nombre de la pissarra per 2 o bé sumarli 1. Perd la jugadora que en el seu torn es passi (estrictament) de 2048. Determineu si alguna de les dues jugadores té una estratègia guanyadora.

3. Sigui  $\triangle ABC$  un triangle acutangle, i siguin  $D, E, F$  els peus de les altures del triangle sobre els costats  $BC, CA, AB$ , respectivament. Demostreu que el perímetre del triangle  $\triangle DEF$  és igual a  $2S/R$ , on  $S$  és l'àrea del triangle  $\triangle ABC$ , i  $R$  és el radi de la circumferència que passa pels vèrtexs  $A, B, C$ .

4. Trobeu el menor enter positiu  $n$  pel qual el nombre  $1000 \cdot 1001 \cdot \dots \cdot (1000+n)$  és divisible per tots els nombres primers menors que 100.

5. Sigui  $\triangle ABC$  un triangle amb mitjanes de longitud  $m_a, m_b, m_c$ . Sigui  $\triangle PQR$  un triangle que té per costats  $m_a, m_b, m_c$ , i siguin  $d_a, d_b, d_c$  les distàncies del baricentre d'aquest triangle als seus vèrtexs. Demostreu que:

a)  $d_a + d_b + d_c = p/2$

b)  $[PQR] = \frac{3}{4}[ABC]$

on  $p$  és el perímetre de  $\triangle ABC$ , i  $[ABC]$  i  $[PQR]$  són les àrees dels triangles  $\triangle ABC$  i  $\triangle PQR$ .

6. Direm que un nombre enter positiu  $n$  és amable si al dividir per  $n$  tots els nombres del tipus  $1 + 2 + \dots + k$  (per  $k = 1, 2, \dots$ ) s'obtenen tots els residus possibles:  $0, 1, \dots, n - 1$ .

a) Demostreu que si  $n$  és amable també ho són tots els seus divisors.

b) Determineu tots els enters positius  $n$  que són amables.

## Premis OMC 2023-24



Reunió amb els nois i noies guanyadors OMC 2023-24

Els participants premiats en aquesta convocatòria van ser els següents.

1. Ekaterina Leksina (2n de Batxillerat, The British College of Gavà, de Gavà)
2. Gerard Capuz Francisco (2n de Batxillerat, Institut de Celrà, Celrà)
3. Vera Morancho Bargas (4t d'ESO, Aula Escola Europea, Barcelona)
4. Alejandro Vivero Puga (2n de Batxillerat, Maristes Sants-Les Corts, Barcelona)

5. Arnau Pino Jacomet (2n de Batxillerat, Institut Montilivi, Girona)
6. Gabriel Prado Izquierdo (1r de Batxillerat, Institut Joan Brossa, Barcelona)
7. Atticus Artigas Escolar (2n de Batxillerat, Institut Joan Mercader, Igualada)
8. Gabriel Domínguez Meuleman (3r d'ESO, St. Paul's School, Barcelona)
9. Léa González Buonocore (2n de Batxillerat, Institut Teresa Pàmies, Barcelona).



SOCIETAT CATALANA DE MATEMÀTIQUES  
Filial de L'INSTITUT D'ESTUDIS CATALANS

GUANYADORS DE LA LX OLIMPIADA MATEMÀTICA  
Fase catalana



GERARD  
CAPUZ FRANCISCO  
Institut de Celrà  
CELRÀ



EKATERINA  
LEKSINA  
The British College of Gavà  
GAVÀ



VERA  
MORANCHO BARGAS  
Aula Escola Europea  
BARCELONA



ARNAU  
PINO JACOMET  
Institut Montilivi  
GIRONA



ALEJANDRO  
VIVERO PUGA  
Maristes Sants Les Corts  
BARCELONA



GABRIEL  
PRADO IZQUIERDO  
Institut Joan Brossa  
GIRONA



GABRIEL  
DOMÍNGUEZ MEULEMAN  
St. Paul School  
BARCELONA



ATTICUS  
ARTIGAS ESCOLAR  
Institut Joan Mercader  
IGUALADA



LEA  
GONZÁLEZ BUONOCORE  
Institut Teresa Pàmies  
BARCELONA

Desembre de 2023

Volem destacar que Alejandro Vivero va ser seleccionat per a l'Olimpiada Informàtica Internacional, celebrada aquest setembre del 2024 a Alexandria (Egipte), on ha obtingut medalla d'or, un resultat històric.

## Jornades olímpiques OMCaF, per estimular el talent femení

Clara Mateo i Laura Prat  
Junta SCM

El 20 de gener del 2024 es va celebrar la primera edició de l'Olimpiada Matemàtica Catalana Femenina (OMCaF). Es tractava d'una jornada amb l'objectiu d'animar les noies a:

- explorar l'apassionant món de les matemàtiques d'una manera diferent,

- participar en proves de resolució de problemes i conèixer millor l'Olimpiada Matemàtica,
- compartir l'experiència amb altres noies amb interès en les matemàtiques.